

2de CH01 - Exercices de préparation.

01.A) Diviseurs de 48:

1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 16; 24; 48.

01.B) Diviseurs de 12:

1; 2; 3; 4; 6; 12

Diviseurs de 18:

1; 2; 3; 6; 9; 18

Tom a tort, ils ont
autant de diviseurs
l'un que l'autre.

01.C) $539 = 7 \times 7 \times 11$

01.D) 1) $A = 27 \times 24 = 3 \times 9 \times 2 \times 12$
 $= 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$
 $= 2^3 \times 3^4$

2) $B = (2 \times 2 \times 7)^2 = (2^2 \times 7)^2$
 $= 2^4 \times 7^2$

01.E) On peut supposer sans perte en généralité que $a \leq b$.
 Il vient $b^2 - a^2 = 35$

On factorise (3° identité remarquable)

$$(b-a)(b+a) = 35$$

Or $35 = 5 \times 7$ (décomposition en facteurs premiers)

Il y a deux possibilités:

$$b-a=5 \text{ et } b+a=7$$

En additionnant membre à membre:

$$2b = 5+7 = 12$$

$$b = 6, \text{ d'où } b+a=7 \text{ devient } 6+a=7$$

$$\text{donc } a=1$$

Solution $(a; b) = (1; 6)$.

$$\bullet \quad b - a = 7 \text{ et } b + a = 5$$

Il vient :

$$2b = 12$$

$$b = 6, \text{ d'où } 6 + a = 5,$$

$$\text{donc } a = -1$$

Attention, cette solution n'est pas possible car a est le côté d'un carré, donc $a > 0$.

Finalement on a $(a; b) = (1; 6)$

(ou $(a; b) = (6; 1)$ si on échange les noms a et b).

01.F Par disjonction des cas :

$$\bullet \quad \text{Si } m \text{ est pair, } \exists p \in \mathbb{Z} : m = 2p.$$

$$\text{D'où } A = 2n^2 + 3m - 1$$

$$= 2(2p)^2 + 3 \times 2p - 1$$

$$= 2 \times 4p^2 + 6p - 1$$

$$= 8p^2 + 6p - 1$$

$$= 8p^2 + 6p - 2 + 1$$

$$= 2(4p^2 + 3p - 1) + 1$$

$$= 2 \underbrace{k}_{\text{impair}} + 1, \text{ impair.}$$

$$\bullet \quad \text{Si } m \text{ est impair, } \exists p \in \mathbb{Z} : m = 2p + 1.$$

$$\text{D'où } A = 2n^2 + 3m - 1$$

$$= 2(2p+1)^2 + 3(2p+1) - 1$$

$$= 2(4p^2 + 4p + 1) + 6p + 3 - 1$$

identité remarquable

$$= 8p^2 + 8p + 2 + 6p + 2$$

$$= 8p^2 + 14p + 4$$

$$= 2(4p^2 + 7p + 2)$$

$$= 2 \underbrace{k}_{\text{pair}}, \text{ pair.}$$

01.6] $m \in \mathbb{Z}$.

• Si m pair, $\exists p \in \mathbb{Z} : m = 2p$

$$\begin{aligned} B &= m(2n-3) \\ &= 2p(2 \times 2p-3) \\ &= 2p(4p-3) \\ &= 2(\underbrace{4p^2-3p}) \end{aligned}$$

$$= 2k, \text{ pair.}$$

• Si m impair, $\exists p \in \mathbb{Z} : m = 2p+1$

$$\begin{aligned} B &= m(2n-3) \\ &= (2p+1)(2(2p+1)-3) \\ &= (2p+1)(4p+2-3) \\ &= (2p+1)(4p-1) \\ &= 8p^2 - 2p + 4p - 1 \\ &= 8p^2 + 2p - 2 + 1 \\ &= 2(\underbrace{4p^2 + p - 1}) + 1 \end{aligned}$$

$$= 2k + 1, \text{ impair.}$$

01.7] $m \in \mathbb{Z}$.

• Si m pair, $\exists p \in \mathbb{Z}$ tq $m = 2p$

$$C = m^2 - 1 \quad (\text{il faut dire } m^2-1, \text{ et non } p^2-1)$$

$$\begin{aligned} &= (2p)^2 - 1 \\ &= 4p^2 - 1 = 4p^2 - 2 + 1 \end{aligned}$$

$$= 2(\underbrace{2p^2 - 1}) + 1$$

$$= 2k + 1, \text{ impair.}$$

• Si m impair, $\exists p \in \mathbb{Z}$ tq $m = 2p+1$

$$C = m^2 - 1$$

$$= (2p+1)^2 - 1 = 4p^2 + 4p + 1 - 1 \quad (\text{Id}^{\text{th}} \text{ remarquable})$$

$$= 2(\underbrace{2p^2 + 2p}), \text{ pair.}$$

$$= 2k$$